jméno a příjmení	login	cvičící Fuchs / Hliněná / Tůma

IDM, zadání Q

T	1	2	3	4	5	6	Σ

*Zkouška se skládá ze dvou částí, testu za **20 bodů** a písemky za **60 bodů**. Z testu musíte získat **aspoň 15 bodů**, v opačném případě písemka nebude hodnocena a celá zkouška bude hodnocena 0 body.*

TEST

Každá otázka je za 2 body. Odpovědi napište na tento list do vymezeného prostoru pod otázkou.

1. Znegujte: $\forall x \in \mathbb{R}\colon x < 2 \Rightarrow \big(x^2 < 4 \vee x > 3\big)$.

Odpověď:

2. Rozhodněte, zda pro relaci $R = \{[1,2],[1,3]\}$ platí formule

$$\forall\, a,b,c\colon \big([a,b] \in R \wedge [b,c] \in R\big) \Rightarrow [a,c] \notin R.$$

Odpověď:

3. Nechť $s_n = (n+4) + (n+5) + \cdots + (4n+3)$. Určete s_2.

Odpověď:

4. Rozhodněte, zda pro libovolné množiny A, B, C platí: $C \subseteq A \cup B \Rightarrow C \subseteq A$.

Odpověď:

5. $A = \{1\}, B = \{2,\{1\}\}$. Určete $A \times B$.

Odpověď:

6. $A = \{[1]\}, B = \{[1],2\}$. Platí $A \in B$?

Odpověď:

7. $R = \{[a,a],[b,d],[c,d]\}$. Určete $R \circ R$.

Odpověď:

8. Napište relaci ekvivalence k rozkladu $\mathcal{S} = \{\{a\},\{b,d\},\{c\}\}$ množiny $A = \{a,b,c,d\}$.

Odpověď:

9. Na množině $\mathbb{R}$ je dána operace $\star$ následovně: $a \star b = a$. Je operace $\star$ komutativní?

Odpověď:

10. Nakreslete graf s posloupností stupňů $1,1,1,2,2,2,3,3,3$.

Graf:

PÍSEMKA

Každý příklad je za 10 bodů. Písemku vypracujte na vlastní papíry. U každého příkladu přehledně napište postup řešení a jasně označte výsledek.

1. a) O množině M víme: $|\mathcal{P}(M)| = 4$, $\{\{5\}\} \subseteq \mathcal{P}(M)$, $\{\emptyset\} \in \mathcal{P}(M)$. Určete množinu M.

b) Najděte relace R, S, T tak, aby $(S \cap T) \circ R = (S \circ R) \cap (T \circ R)$.

c) Najděte relace R, S, T tak, aby $(S \cap T) \circ R \neq (S \circ R) \cap (T \circ R)$.

2. Dokažte, že pro všechna přirozená čísla n platí:

$$2 + 4 + 6 + \cdots + (4n + 2) = (2n + 1)\,(2n + 2)\,.$$

3. Na množině $M = \{n \in \mathbb{N} \colon 1 \leq n < 10\}$ je dána relace R následovně:

$$[a, b] \in R \iff 2|(a + b).$$

Zjistěte, zda relace R je a) reflexivní, b) symetrická, c) antisymetrická, d) tranzitivní, e) relací ekvivalence, f) relací uspořádání. Svoje tvrzení zdůvodněte.

4. Nechť $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4\}$. Na množině $\mathcal{P}(Y) \setminus \mathcal{P}(X)$ je dána relace $\sim$ následovně:

$$A \sim B \iff A \subseteq B.$$

Ukažte, že relace $\sim$ je na množině $\mathcal{P}(Y) \setminus \mathcal{P}(X)$ uspořádání, a nakreslete hasseovský diagram.

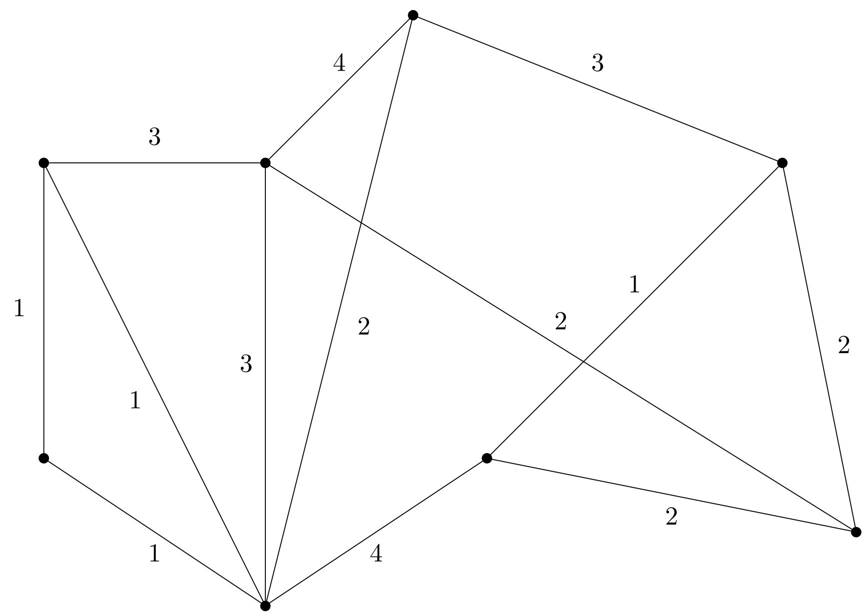
5. Na množině $M = \{a, b, c, d\}$ je dána operace $\circ$:

$\circ$	a	b	c	d
a	c	a	c	c
b	a	b	c	d
c	c	c	b	b
d	c	d	b	b

a) Je $(M, \circ)$ pologrupa?

b) Vypište všechny dvouprvkové podgrupoidy $(M, \circ)$.

6. a) Najděte minimální kostru grafu na obrázku. Postup vyznačte do obrázku.



b) Je možné nakreslit graf s posloupností stupňů $3, 3, 4, 4, 4, 4$ bez překřížení hran?