

jméno a příjmení	login	cvičící Fuchs / Hliněná / Tůma
------------------	-------	-----------------------------------

IDM, zadání R

T	1	2	3	4	5	6	Σ
---	---	---	---	---	---	---	----------

Zkouška se skládá ze dvou částí, testu za **20 bodů** a písemky za **60 bodů**. Z testu musíte získat **aspoň 15 bodů**, v opačném případě písemka nebude hodnocena a celá zkouška bude hodnocena 0 body.

TEST

Každá otázka je za 2 body. Odpovědi napište na tento list do vymezeného prostoru pod otázkou.

1. Znegujte: $\exists x \in \mathbb{R} : x > 2 \Rightarrow (x^2 > 4 \vee x < 3)$.

Odpověď:

2. Rozhodněte, zda pro relaci $R = \{[1, 2], [1, 3]\}$ platí formule

$$\forall a, b, c : ([a, b] \in R \wedge [b, c] \in R) \Rightarrow [c, a] \in R.$$

Odpověď:

3. Nechť $s_n = (n + 3) + (n + 4) + \dots + (4n + 2)$. Určete s_2 .

Odpověď:

4. Rozhodněte, zda pro libovolné množiny A, B, C platí: $C \subseteq A \Rightarrow C \subseteq A \cap B$.

Odpověď:

5. $A = \{1\}, B = \{2, \{1\}\}$. Určete $B \times A$.

Odpověď:

6. $A = \{(1)\}, B = \{(1), 2\}$. Platí $A \in B$?

Odpověď:

7. $R = \{[1, 1], [2, 3], [4, 3]\}$. Určete $R \circ R$.

Odpověď:

8. Napište relaci ekvivalence k rozkladu $S = \{\{a, c\}, \{b\}, \{d\}\}$ množiny $A = \{a, b, c, d\}$.

Odpověď:

9. Na množině \mathbb{R} je dána operace \star následovně: $a \star b = b$. Je operace \star komutativní?

Odpověď:

10. Nakreslete graf s posloupností stupňů 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 4.

Graf:

PÍSEMKA

Každý příklad je za 10 bodů. Písemku vypracujte na vlastní papíry. U každého příkladu přehledně napište postup řešení a jasně označte výsledek.

1. a) O množině M víme: $|\mathcal{P}(M)| = 4$, $\{5\} \in \mathcal{P}(M)$, $\{\{\emptyset\}\} \subseteq \mathcal{P}(M)$. Určete množinu M .
 b) Najděte relace R, S, T tak, aby $R \circ (S \cap T) = (R \circ S) \cap (R \circ T)$.
 c) Najděte relace R, S, T tak, aby $R \circ (S \cap T) \neq (R \circ S) \cap (R \circ T)$.

2. Dokažte, že pro všechna přirozená čísla n platí:

$$1 + 3 + 5 + \dots + (4n + 1) = (2n + 1)^2.$$

3. Na množině $M = \{n \in \mathbb{N} : 1 \leq n < 10\}$ je dána relace R následovně:

$$[a, b] \in R \iff 2|(a - b).$$

Zjistěte, zda relace R je a) reflexivní, b) symetrická, c) antisymetrická, d) tranzitivní, e) relací ekvivalence, f) relací uspořádání. Svoje tvrzení zdůvodněte.

4. Nechť $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4\}$. Na množině $\mathcal{P}(Y) \setminus \mathcal{P}(X)$ je dána relace \sim následovně:

$$A \sim B \iff A \setminus B = \emptyset.$$

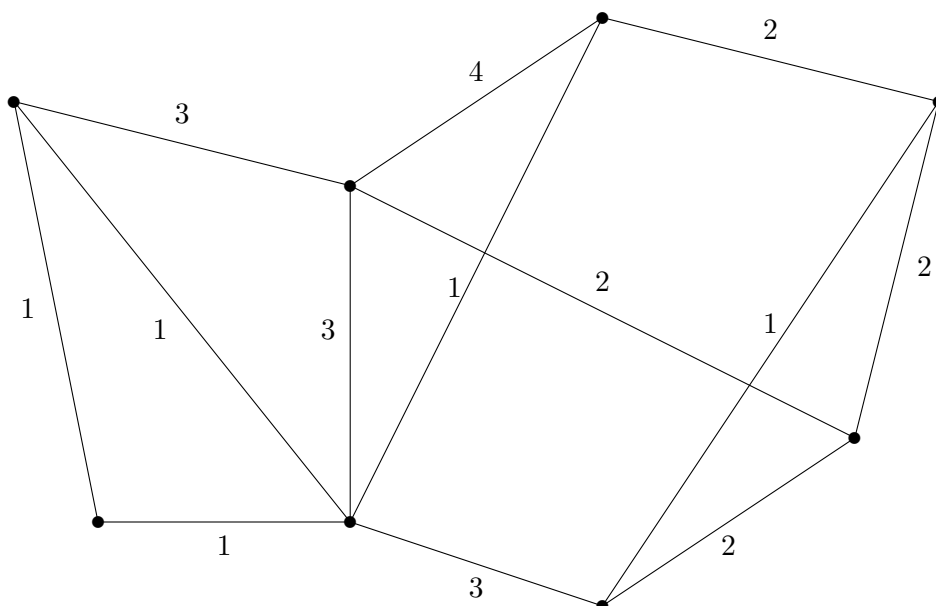
Ukažte, že relace \sim je na množině $\mathcal{P}(Y) \setminus \mathcal{P}(X)$ uspořádání, a nakreslete hasseovský diagram.

5. Na množině $M = \{a, b, c, d\}$ je dána operace \circ :

\circ	a	b	c	d
a	b	b	a	c
b	b	b	b	c
c	a	b	c	d
d	c	c	d	c

- a) Je (M, \circ) pologrupa?
- b) Vypište všechny dvouprvkové podgrupoidy (M, \circ) .

6. a) Najděte minimální kostru grafu na obrázku. Postup vyznačte do obrázku.



- b) Je možné nakreslit graf s posloupností stupňů 3, 3, 3, 3, 3, 3 bez překřížení hran?