

jméno a příjmení	login	cvičící Fuchs / Hliněná / Tůma
------------------	-------	-----------------------------------

IDM, zadání T

T	1	2	3	4	5	6	Σ
---	---	---	---	---	---	---	----------

Zkouška se skládá ze dvou částí, testu za **20 bodů** a písemky za **60 bodů**. Z testu musíte získat **aspoň 15 bodů**, v opačném případě písemka nebude hodnocena a celá zkouška bude hodnocena 0 body.

TEST

Každá otázka je za 2 body. Odpovědi napište na tento list do vymezeného prostoru pod otázkou.

1. Znegujte: $\forall x \in \mathbb{R}: (x > 1 \wedge x \leq 2) \Rightarrow (x^2 > 4 \vee x \leq 8)$.

Odpověď:

2. Najděte alespoň jednu dvojici přirozených čísel a, b , pro kterou platí: $a > b \Rightarrow a + 2 < b + 2$.

Odpověď:

3. Určete $|\mathcal{P}(\{\emptyset\})|$.

Odpověď:

4. Rozhodněte, zda pro libovolné množiny A, B, C platí: $C \subseteq A \cap B \Rightarrow C \subseteq A$.

Odpověď:

5. $A = \emptyset, B = \{2\}$. Určete $B \times A$.

Odpověď:

6. $A = \{1, 2\}, B = \{\{1, 2\}\}$. Platí $A \in B$?

Odpověď:

7. $R = \{[1, 3], [2, 3], [3, 2]\}$. Určete R^+ .

Odpověď:

8. Napište rozklad množiny $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ určený relací ekvivalence

$$R = \{[1, 1], [1, 3], [2, 2], [3, 1], [3, 3], [4, 4], [4, 5], [5, 4], [5, 5]\}.$$

Odpověď:

9. Na množině \mathbb{R} je dána operace \star následovně: $a \star b = b - a$. Je operace \star komutativní?

Odpověď:

10. Nakreslete graf s posloupností stupňů 3, 3, 3, 3, 3, 3.

Graf:

PÍSEMKA

Každý příklad je za 10 bodů. Písemku vypracujte na vlastní papíry. U každého příkladu přehledně napište postup řešení a jasně označte výsledek.

1. a) Najděte všechny dvojice množin A, B , pro které platí:

$$A \setminus B = A \wedge A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \wedge \forall a \in A \exists b \in B: a - 3 = b.$$

- b) Nechť $A = \{\{1\}, \{2\}\}$. Určete $\mathcal{P}(A)$.

2. Dokažte, že pro všechna přirozená čísla n platí:

$$4 + 5 + \dots + (5n + 1) = \frac{5}{2}(n + 1)(5n - 2).$$

3. Nechť

$$A = \{m \in \mathbb{N}: 2 < m < 10\}, B = \{m \in \mathbb{N}: 1 < m < 9\},$$

$$R = \{[m, n] \in A \times B: m - 1 = n\}, S = \{[m, n] \in B \times A: 2m = n\}.$$

Určete vyjmenováním prvků relací a) R , b) S , c) $R \circ S$, d) $S \circ R$.

4. Na množině $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ je dán rozklad \mathcal{S} :

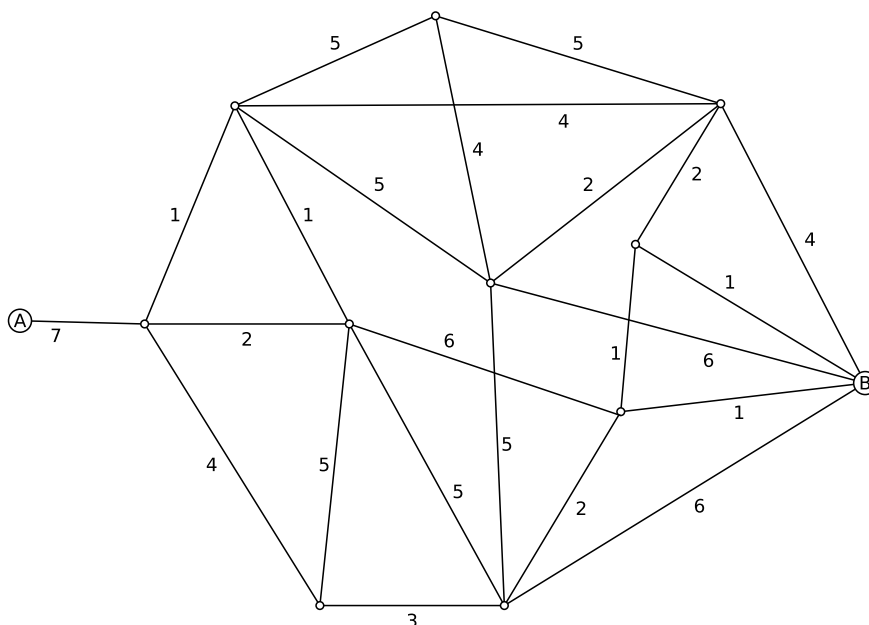
$$\mathcal{S} = \{\{a, b, c\}, \{d\}, \{e, f\}\}.$$

- a) Určete relaci ekvivalence R , která je dána rozkladem \mathcal{S} .

- b) Na množině A určete operaci \circ tak, aby R byla relací kongruence na A vzhledem k operaci \circ .

- c) Na množině A určete operaci \star tak, aby R byla relací kongruence na A vzhledem k operaci \star a aby faktorová algebra byl komutativní monoid.

5. a) Najděte nejkratší cestu z vrcholu A do vrcholu B v grafu na obrázku. Postup vyznačte do obrázku.



- b) Může být graf s posloupností stupňů 3, 3, 3, 4, 4, 5 rovinný?

6. a) Na množině $L = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ sestrojte svaz, který je komplementární, ale není distributivní. Zdůvodněte, že sestrojený svaz uvedené podmínky splňuje.

- b) Najděte všechny neizomorfní distributivní svazy na 5prvkové množině.