

## DESÁTÉ CVIČENÍ

1. Určete, které křivky jsou určeny následujícími rovnicemi. Pro každou určete její charakteristické údaje:

(a)  $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0$ ,

(b)  $4x^2 + 9y^2 + 8x - 54y + 49 = 0$ ,

(c)  $x^2 - y^2 - 4x - 6y - 14 = 0$ ,

(d)  $y^2 + 6x - 18 = 0$ ,

(e)  $4x^2 + 16x - y^2 + 2y + 15 = 0$ ,

(f)  $4x^2 + 16x + y^2 - 2y + 18 = 0$ .

Výsledky: a) kružnice:  $S = [2, 1]$ ,  $r = 5$ , b) elipsa:  $S = [-1, 3]$ ,  $a = 3$ ,  $b = 2$ , ohniska  $F_{1,2} = [-1 \pm \sqrt{5}, 3]$ , c) hyperbola:  $S = [2, -3]$ ,  $a = b = 3$ , ohniska  $F_{1,2} = [2 \pm 3\sqrt{2}, -3]$  d) parabola:  $V = [3, 0]$ ,  $p = 3$ ,  $F = [\frac{3}{2}, 0]$ , e) nejedná se o kuželosečku, rovnici vyhovuje pouze bod  $[-2, 1]$  f) nejedná se o kuželosečku.

2. Napište rovnici kružnice opsané a vepsané čtverci  $ABCD$ , jestliže  $A = [4, 5]$ ,  $C = [-2, -3]$ .

Výsledky: kružnice opsaná:  $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 25$ , kružnice vepsaná:  $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = \frac{25}{2}$ .

3. Je dána kružnice  $k : x^2 + y^2 + 4x - 8y + 10 = 0$  a přímka  $p : 3x - y + c = 0$ , kde  $c \in \mathbb{R}$  je parametr. Pro které hodnoty parametru  $c$  je přímka  $p$

- (a) vnější přímkou kružnice  $k$ ,  
(b) sečnou kružnice  $k$ ,  
(c) tečnou kružnice  $k$ ?

Výsledky: a)  $c \in (-\infty, 0) \cup (20, \infty)$ , b)  $c \in (0, 20)$ , c)  $c \in \{0, 20\}$ .

4. Kružnice má střed  $S = [-1, 3]$ , přímka  $t : x - 2y + 2 = 0$  je její tečnou. Určete rovnici této kružnice a vypočtete souřadnice bodu dotyku.

Výsledky:  $k : (x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 5$ ,  $T = [0, 1]$ .

5. Napište rovnici kružnici opsané trojúhelníku  $ABC$ , kde  $A = [4, 4]$ ,  $B = [-1, 1]$ ,  $C = [2, -4]$ .

Výsledky:  $(x - 3)^2 + y^2 = 17$ .

6. Napište rovnici kružnice, která prochází počátkem soustavy souřadnic, bodem  $A = [2, 4]$  a má střed na ose  $x$ .

Výsledky:  $(x - 5)^2 + y^2 = 25$ .

7. Napište rovnici elipsy se středem  $S = [0, 0]$  a hlavní osou totožnou s osou  $x$ , je-li velikost hlavní poloosy 3, vedlejší poloosy 1. Zjistěte souřadnice ohnisek elipsy.

Výsledky:  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} = 1$ ,  $F_1 = [-\sqrt{8}, 0]$ ,  $F_2 = [\sqrt{8}, 0]$ .

8. Rozhodněte o vzájemné poloze bodů  $A = [-2, 1]$ ,  $B = [\frac{5}{2}, 1]$  a elipsy dané rovnicí  $3x^2 + 8y^2 = 24$ .

Výsledky: Bod  $A$  leží uvnitř elipsy, bod  $B$  vně elipsy.

9. Napište rovnici elipsy se středem v počátku soustavy souřadnic, která prochází body  $A = [8, 3]$ ,  $B = [6, 4]$ .

Výsledky:  $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{25} = 1$ .

10. Napište rovnici hyperboly se středem  $S = [0, 0]$  a hlavní osou totožnou s osou  $x$ , je-li vzdálenost vrcholů hyperboly 8 a vzdálenost ohnisek 10.

Výsledky:  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ .

11. Na hyperbole  $9x^2 - 36y^2 = 324$  najděte bod  $A$ , jehož  $x$ -ová souřadnice je  $x_A = 6$ .

Výsledky:  $A = [6, 0]$ .

12. Parabola má rovnici  $y^2 = 6x$ . Zjistěte souřadnice ohniska  $F$  paraboly, parametr  $p$  paraboly a napište rovnici řídicí přímky paraboly.

Výsledky:  $F = [\frac{3}{2}, 0]$ ,  $p = 3$ ,  $x = -\frac{3}{2}$ .

13. Napište rovnici paraboly, která má vrchol v počátku soustavy souřadnic a prochází

- (a) bodem  $A = [3, 9]$  a je souměrná podle osy  $x$ ,
- (b) bodem  $B = [16, 4]$  a je souměrná podle osy  $y$ ,
- (c) bodem  $C = [-2, -4]$  a je souměrná podle osy  $x$ ,
- (d) bodem  $D = [-3, -5]$  a je souměrná podle osy  $y$ .

Výsledky: a)  $y^2 = 27x$ , b)  $y = \frac{1}{64}x^2$ , c)  $y^2 = -8x$ , d)  $x^2 = -\frac{9}{5}y$ .

14. Určete souřadnice vrcholů pro následující paraboly:

- (a)  $y = x^2 - 2x + 2$ ,
- (b)  $x = y^2 - 3y + 2$ ,
- (c)  $y = 2x^2 - 5x + 2$ ,
- (d)  $x = y^2 - 7y + 6$ ,
- (e)  $y = -9x^2 - 4x + 2$ .

Výsledky: a)  $V = [1, 1]$ , b)  $V = [-\frac{1}{4}, \frac{3}{2}]$ , c)  $V = [\frac{5}{4}, -\frac{9}{8}]$ , d)  $V = [-\frac{25}{4}, \frac{7}{2}]$ , e)  $V = [-\frac{2}{9}, \frac{22}{9}]$ .

15. Určete, jaké křivky jsou určeny následujícími rovnicemi. Pro každou určete její charakteristické údaje:

- (a)  $3x^2 + 10xy + 3y^2 - 20x - 12y + 4 = 0$ ,
- (b)  $5x^2 + 4xy + 8y^2 - 6x + 12y - 27 = 0$ ,

(c)  $9x^2 - 24xy + 16y^2 - 20x - 15y = 0$ .

Výsledky: a) hyperbola:  $S = [0, 2]$ , hlavní osa rovnoběžná s vektorem  $[1, 1]^T$ , poloosy  $a = 1, b = 2$  b) elipsa:  $S = [1, -1]$ ,  $a = 3, b = 2$ , hlavní osa rovnoběžná s vektorem  $[-2, 1]^T$  c) parabola:  $S = [0, 0]$ ,  $p = \frac{1}{2}$ , osa paraboly rovnoběžná s vektorem  $[4, 3]^T$ .

16. Napište rovnici elipsy s poloosami  $a = 3, b = 1$ , jejíž hlavní osa je rovnoběžná s přímkou  $y = -x$  a střed leží v bodě

(a)  $S = [0, 0]$ ,

(b)  $S = [2, 0]$ .

Výsledky: a)  $5x^2 + 8xy + 5y^2 - 9 = 0$ , b)  $5x^2 + 8xy + 5y^2 - 20x - 16y + 11 = 0$

17. Napište rovnici hyperboly s poloosami  $a = 1, b = 1$ , jejíž hlavní osa je rovnoběžná s přímkou  $y = 2x$  a střed leží v bodě

(a)  $S = [0, 0]$ ,

(b)  $S = [0, -1]$ .

Výsledky: a)  $-3x^2 + 8xy + 3y^2 - 5 = 0$ , b)  $-3x^2 + 8xy + 3y^2 + 8x + 6y - 2 = 0$

18. Napište rovnici paraboly s parametrem  $p = 1$ , jejíž osa je rovnoběžná s přímkou  $y = -\frac{3}{4}x$  a vrchol leží v bodě

(a)  $V = [0, 0]$ ,

(b)  $V = [-1, 2]$ .

Výsledky: a)  $9x^2 + 24xy + 16y^2 + 40x - 30y = 0$ , b)  $9x^2 + 24xy + 16y^2 + 10x - 70y + 125 = 0$