

PŘÍKLADY NA PROCVIČENÍ NUMERICKÝCH METOD

1. Gaussovou eliminací s částečným výběrem hlavního prvku najděte řešení soustavy

$$\begin{aligned}2x + 2y - 4z &= -2 \\5x + 2y + 3z &= 2 \\25x + 5y + 10z &= -5\end{aligned}$$

Výsledky: $[x, y, z]^T = [-1, 2, 1]^T$

2. Gaussovou eliminací s částečným výběrem hlavního prvku najděte řešení soustavy

$$\begin{aligned}3x - 3y - 3z &= -21 \\-2x \quad \quad + 3z &= 8 \\10x + 2y + 5z &= 8\end{aligned}$$

Výsledky: $[x, y, z]^T = [1, 4, 2]^T$

3. Gaussovou eliminací s částečným výběrem hlavního prvku najděte řešení soustavy

$$\begin{aligned}5x + 2y + 2z &= 11 \\20x - 4y + 5z &= -10 \\4x - 2y \quad \quad &= -6\end{aligned}$$

Výsledky: $[x, y, z]^T = [1, 5, -2]^T$

4. Najděte LU rozklad matice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 2 \\ -2 & 10 & -5 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}.$$

Pak pomocí nalezeného LU rozkladu najděte řešení soustavy rovnic

$$\begin{aligned}x - 4y + 2z &= 0 \\-2x + 10y - 5z &= 1 \\x + 2y - 2z &= 2\end{aligned}$$

Výsledky:

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad U = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad [x, y, z]^T = [2, 1, 1]^T$$

5. Najděte LU rozklad matice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 3 & 5 & -3 \\ -2 & -6 & 12 \end{pmatrix}.$$

Pak pomocí nalezeného LU rozkladu najděte řešení soustavy rovnic

$$\begin{aligned}x + 2y - 2z &= 4 \\3x + 5y - 3z &= 9 \\-2x - 6y + 12z &= -14\end{aligned}$$

Výsledky:

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad U = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad [x, y, z]^T = [-2, 3, 0]^T$$

6. Najděte LU rozklad matice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 2 & 9 & 0 \\ -1 & 9 & 10 \end{pmatrix}.$$

Pak pomocí nalezeného LU rozkladu najděte řešení soustavy rovnic

$$\begin{aligned} x + 3y - 2z &= 2 \\ 2x + 9y &= 8 \\ -x + 9y + 10z &= 6 \end{aligned}$$

Výsledky:

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad U = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & -8 \end{pmatrix}, \quad [x, y, z]^T = [4, 0, 1]^T$$

7. Je dána soustava rovnic

$$\begin{aligned} x - 200y + 2z &= 276 \\ 100x - 3y + 4z &= 314 \\ x - y + 500z &= 983 \end{aligned}$$

Řešení soustavy najděte s přesností $\varepsilon = 0,01$ Jacobiho metodou, vyjděte z bodu $(3; -1,5; 2)$. Je-li to potřeba, soustavu nejprve upravte tak, aby byla zaručena konvergence.

Výsledky:

x_i	y_i	z_i
3,0000	-1,5000	2,0000
3,0150	-1,3450	1,9570
3,0214	-1,3454	1,9573

Řešení je přibližně $x \doteq 3,02; y \doteq -1,35; z \doteq 1,96$.

8. Je dána soustava rovnic

$$\begin{aligned} x - 500y + 2z &= 987 \\ x - 3y + 100z &= 321 \\ 200x - 3y + 2z &= 567 \end{aligned}$$

Řešení soustavy najděte s přesností $\varepsilon = 0,01$ Jacobiho metodou, vyjděte z bodu $(2,5; -2; 3)$. Je-li to potřeba, soustavu nejprve upravte tak, aby byla zaručena konvergence.

Výsledky:

x_i	y_i	z_i
2,5000	-2,0000	3,0000
2,7750	-1,9570	3,1250
2,7744	-1,9560	3,1235

Řešení je přibližně $x \doteq 2,77; y \doteq -1,96; z \doteq 3,12$.

9. Je dána soustava rovnic

$$\begin{aligned} 500x - 3y + 2z &= 987 \\ 2x - 3y + 100z &= 123 \\ x - 200y + 2z &= 543 \end{aligned}$$

Řešení soustavy najděte s přesností $\varepsilon = 0,01$ Jacobiho metodou, vyjděte z bodu $(2; -2,5; 1)$. Je-li to potřeba, soustavu nejprve upravte tak, aby byla zaručena konvergence.

Výsledky:

x_i	y_i	z_i
2,0000	-2,5000	1,0000
1,9550	-2,6950	1,1150
1,9534	-2,6941	1,1101

Řešení je přibližně $x \doteq 1,95; y \doteq -2,69; z \doteq 1,11$.

10. Je dána soustava rovnic

$$\begin{aligned}x - 3y + 100z &= 123 \\200x - 3y + 2z &= 765 \\x - 500y + 2z &= 987\end{aligned}$$

Řešení soustavy najděte s přesností $\varepsilon = 0,01$ Gauss-Seidelovou metodou, vyjděte z bodu $(3,5; -2; 1)$. Je-li to potřeba, soustavu nejprve upravte tak, aby byla zaručena konvergence.

Výsledky:

x_i	y_i	z_i
3,5000	-2,0000	1,0000
3,7850	-1,9624	1,1333
3,7842	-1,9619	1,1333

Řešení je přibližně $x \doteq 3,78$; $y \doteq -1,96$; $z \doteq 1,13$.

11. Je dána soustava rovnic

$$\begin{aligned}500x - 3y + 2z &= 567 \\2x - 3y + 100z &= 123 \\x - 200y + 2z &= 890\end{aligned}$$

Řešení soustavy najděte s přesností $\varepsilon = 0,01$ Gauss-Seidelovou metodou, vyjděte z bodu $(1; -4,5; 1)$. Je-li to potřeba, soustavu nejprve upravte tak, aby byla zaručena konvergence.

Výsledky:

x_i	y_i	z_i
1,0000	-4,5000	1,0000
1,1030	-4,4345	1,0749
1,1031	-4,4337	1,0749

Řešení je přibližně $x \doteq 1,10$; $y \doteq -4,43$; $z \doteq 1,07$.

12. Je dána soustava rovnic

$$\begin{aligned}x - y + 500z &= 823 \\x - 100y + 2z &= 276 \\200x - 3y + 4z &= 354\end{aligned}$$

Řešení soustavy najděte s přesností $\varepsilon = 0,01$ Gauss-Seidelovou metodou, vyjděte z bodu $(2; -3; 1,5)$. Je-li to potřeba, soustavu nejprve upravte tak, aby byla zaručena konvergence.

Výsledky:

x_i	y_i	z_i
2,0000	-3,0000	1,5000
1,6950	-2,7131	1,6372
1,6966	-2,7103	1,6372

Řešení je přibližně $x \doteq 1,70$; $y \doteq -2,71$; $z \doteq 1,64$.