

jméno a příjmení	login	cvičící Fuchs Fusek Hlavičková Hliněná Tůma
------------------	-------	---

## IMA1, zadání K

T	1	2	3	4	5	6	7	Σ
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Zkouška se skládá ze dvou částí, testu za **10 bodů** a písemky za **70 bodů**.

Z testu musíte získat aspoň 7 bodů, v opačném případě písemka nebude hodnocena a celá zkouška bude hodnocena 0 body.

Pokud v písemce budou příklady 5 a 6 hodnoceny 0 body, zbylé příklady nebudou hodnoceny a celá zkouška bude hodnocena 0 body.

Povolená pomůcka je jeden list papíru formátu A4 popsany jakkoli a čímkoli (tento list neodevzdávejte). Jiné pomůcky (např. kalkulačky, telefony, hodinky) nejsou povoleny.

## TEST

Každá otázka je za 2 body. Odpovědi napište na tento list do vymezeného prostoru pod otázkou.

1. Rozhodněte, pro která  $a, b \in \mathbb{R}$  má smysl výraz  $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a-b}$ , a upravte jej na nejjednodušší možný tvar.

Odpověď:

2. Určete všechna  $x \in \mathbb{R}$ , pro která platí  $x^2 > 3$ .

Odpověď:

3. Nakreslete graf funkce  $f(x) = |x + 1| - 1$ .

Odpověď:

4. Určete nejmenší hodnotu funkce  $f(x) = x^3$  na intervalu  $\langle -2, 1 \rangle$ .

Odpověď:

5. Zderivujte funkci  $f(x) = \sqrt{3x} - 7$ .

Odpověď:

# PÍSEMKA

Každý příklad je za 10 bodů. Písemku vypracujte na vlastní papíry. U každého příkladu přehledně napište postup řešení a jasně označte výsledek.

1. Funkce  $f$  je dána předpisem  $f(x) = \sqrt{5x+3} + 2$ .
  - a) Určete definiční obor a obor hodnot funkce  $f$ .
  - b) Určete funkční předpis, definiční obor a obor hodnot inverzní funkce  $f^{-1}(x)$ .
  - c) Nakreslete grafy funkcí  $f(x)$  a  $f^{-1}(x)$ .
2. Nakreslete graf funkce  $f$ , která splňuje následující podmínky. Do obrázku nakreslete i asymptoty a tečny nebo polotečny v bodech, kde je zadána derivace.

$D(f) = \mathbb{R}$ ,  $f$  je lichá, asymptota v  $\infty$  má rovnici  $y = 2$ ,

v  $x = 1$  a  $x = 4$  má  $f$  nespojitost 2. druhu, v  $x = 1$  je spojitá zprava a v  $x = 4$  je spojitá zleva,

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -1$ ,  $f(1) = 0$ ,  $f(2) = 1$ ,  $f(4) = -1$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = 1$ ,  $f'_+(1) = \infty$ ,  $f'(2) = 0$ ,  $f'_-(4) = -\infty$ ,

$f''(x) < 0$  pro  $x \in (1, 4)$  a pro  $x \in (4, \infty)$ ,  $f''(x) > 0$  pro  $x \in (0, 1)$ .

3. Najděte lokální extrémů a inflexní body funkce  $f(x) = x^4 - 5x^3$  a nakreslete graf.
4. Napište rovnici tečny k parabole  $y = 14 - 4x^2$  v průsečíku této paraboly se zápornou poloosou  $x$ .
5. Vypočtěte integrál  $\int \left(3 + \frac{1}{\sqrt{4x+1}}\right)^2 dx$ .
6. Určete  $a \in \mathbb{R}$  tak, aby  $\int_{-\infty}^a \frac{3}{x^3} dx = -7$ .
7. Odhadněte hodnotu integrálu  $\int_{-1}^2 \frac{1}{x^3+2} dx$  složenou lichoběžníkovou metodou rozdělením intervalu na 3 dílky délky 1.