

jméno a příjmení	login	cvičící Fuchs Fusek Hlavičková Hliněná Polický Tůma
------------------	-------	---

IMA1, 9. 5. 2024

T	1	2	3	4	5	6	7	Σ
---	---	---	---	---	---	---	---	----------

Zkouška se skládá ze dvou částí, testu za **10 bodů** a písemky za **70 bodů**.

Z testu musíte získat aspoň 7 bodů, v opačném případě písemka nebude hodnocena a celá zkouška bude hodnocena 0 body.

Pokud v písemce budou příklady 5 a 6 hodnoceny 0 body, zbylé příklady nebudou hodnoceny a celá zkouška bude hodnocena 0 body.

Povolená pomůcka je jeden list papíru formátu A6 popsany jakkoli a čímkoli kromě řešených příkladů (tento list neodevzdávejte). Jiné pomůcky (např. kalkulačky, telefony, hodinky) nejsou povoleny.

TEST

Každá otázka je za 2 body. Odpovědi napište na tento list do vymezeného prostoru pod otázkou.

- Na vhodném protipříkladu ukažte, že následující tvrzení není pravdivé, a napište jeho negaci:

Jestliže funkce $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ není sudá, potom $\forall x \in \mathbb{R}: f(x) \neq f(-x)$.

Odpověď:

- Určete průsečík osy x a přímky, která prochází body $[1, 1]$ a $[3, 7]$.

Odpověď:

- Určete nejmenší hodnotu funkce $f(x) = x^2 - 4x + 7$ na $\mathbb{R}$.

Odpověď:

- Zderivujte funkci $f(x) = x e^{-3x}$.

Odpověď:

- Vypočtete integrál $\int_{-1}^2 (x - 1) dx$.

Odpověď:

PÍSEMKKA

Každý příklad je za 10 bodů. Písemku vypracujte na vlastní papíry. U každého příkladu přehledně napište postup řešení a jasně označte výsledek.

1. Určete definiční obor funkce $f(x) = \frac{(x^2 - 4x - 5)\sqrt{x+5}}{\sqrt{\ln(x^2 + 4x + 4)}}$ a najděte všechna $x \in \mathbb{R}$, pro která je $f(x) > 0$.
2. Nakreslete graf funkce f , která splňuje následující podmínky. Do obrázku nakreslete i asymptoty a tečny v bodech, kde je zadána derivace.

Funkce f je spojitá na $\mathbb{R} \setminus \{1\}$,
 $f(-1) = f(0) = 0$, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$, $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - x) = 0$,
 $f'(-1) = \infty$, $f'(0) = -2$, $f''(x) > 0$ pro $x \in (-\infty, -1) \cup (0, 1) \cup (1, \infty)$, $f''(x) < 0$ pro $x \in (-1, 0)$.
3. Najděte lokální extrémy funkce $f(x) = (x - 2)^2 \sqrt[3]{5 - x}$.
4. Napište rovnici tečny a normály v bodě, ve kterém má funkce $f(x) = x^2 - 4x + 7$ nejmenší hodnotu.
5. Pomocí integrace per partes vypočtěte integrál $\int 5x \left(\ln 3x - \frac{1}{x^3} \right) dx$.
6. Vypočtěte integrál $\int_{-1}^5 |4x - x^2| dx$.
7. Uveďte Newtonovu metodu pro nalezení záporného řešení rovnice $x^4 - 1 = 8\sqrt{x+7}$, tj.
 - a) najděte interval délky nejvýše 1 obsahující hledané řešení,
 - b) ověřte konvergenci metody na tomto intervalu,
 - c) napište rekurentní vzorec pro aproximace,
 - d) zvolte počáteční aproximaci x_0 a vypočtěte následující aproximaci x_1 .