

|                  |       |                                                           |
|------------------|-------|-----------------------------------------------------------|
| jméno a příjmení | login | cvičící<br>Fuchs Fusek Hlavičková<br>Hliněná Polický Tůma |
|------------------|-------|-----------------------------------------------------------|

**IMA1, 24. 5. 2024**

|   |   |   |   |   |   |   |   |          |
|---|---|---|---|---|---|---|---|----------|
| T | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | $\Sigma$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|----------|

Zkouška se skládá ze dvou částí, testu za **10 bodů** a písemky za **70 bodů**.

Z testu musíte získat aspoň 7 bodů, v opačném případě písemka nebude hodnocena a celá zkouška bude hodnocena 0 body.

Pokud v písemce budou příklady 5 a 6 hodnoceny 0 body, zbylé příklady nebudou hodnoceny a celá zkouška bude hodnocena 0 body.

Povolená pomůcka je jeden list papíru formátu A6 popsany jakkoli a čímkoli kromě řešených příkladů (tento list neodevzdávejte). Jiné pomůcky (např. kalkulačky, telefony, hodinky) nejsou povoleny.

## TEST

Každá otázka je za 2 body. Odpovědi napište na tento list do vymezeného prostoru pod otázkou.

1. Jsou dány funkce  $f(x) = \frac{x}{2}$  a  $g(x) = x^3$ . Napište funkční předpis funkce  $(f \circ g)(x)$  a funkce  $(g \circ f)(x)$ .

Odpověď:

2. Určete definiční obor funkce  $f(x) = \ln(x - 1)^2$ .

Odpověď:

3. Nakreslete graf funkce  $f$ , která splňuje podmínky  $f(0) = 1$ ,  $f'_-(0) = -2$ ,  $f'_+(0) = 1$ . Do obrázku nakreslete i polotečny v bodě 0.

Odpověď:

4. Zderivujte funkci  $f(x) = \ln(2x^3)$ .

Odpověď:

5. Vypočtěte integrál  $\int \frac{1}{1-2x} dx$ .

Odpověď:

# PÍSEMKKA

Každý příklad je za 10 bodů. Písemku vypracujte na vlastní papíry. U každého příkladu přehledně napište postup řešení a jasně označte výsledek.

1. Funkce  $f$  je dána předpisem  $f(x) = 1 - |1 - x|$ .

a) Určete  $f(\langle -3, 2 \rangle)$ .

b) Určete  $f^{-1}(\{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\})$ .

c) Nakreslete grafy funkcí  $f(x)$ ,  $|f(x)|$ ,  $f(|x|)$ .

2. Nakreslete graf funkce  $f$ , která splňuje následující podmínky. Do obrázku nakreslete i asymptoty a tečny nebo polotečny v bodech, kde je zadána derivace.

Funkce  $f$  je sudá a spojitá na  $\mathbb{R}$ ,

$$f(0) = -1, f(1) = 1, f(2) = 0, \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - \frac{x}{2}) = 0,$$

$$f'_+(0) = \infty, f'_-(1) = 0, f'_+(1) = -2, f'_-(2) = 0, f'_+(2) = 2,$$

$$f''(x) > 0 \text{ pro } x \in (1, 2), f''(x) < 0 \text{ pro } x \in (0, 1) \cup (2, \infty).$$

3. Najděte největší a nejmenší hodnotu funkce  $f(x) = (x + 3)\sqrt[3]{1 - x}$  na intervalu  $\langle -2, 3 \rangle$ .

4. Napište rovnici tečny k funkci  $y = (1 - x)e^{2x}$  rovnoběžné s osou  $x$ .

5. Určete obsah plochy  $\{[x, y] \in \mathbb{R}^2: -2 \leq x \leq 0 \wedge 0 \leq y \wedge 1 - x^2 \leq y \leq e^{-3x}\}$ .

6. Vypočtěte integrál  $\int \left( \frac{2}{\sqrt{3x}} + 3x^2 \right)^2 dx$ .

7. Napište interpolační polynom  $P(x)$  určený body  $[-2, 0]$ ,  $[-1, 3]$ ,  $[0, 0]$ ,  $[1, 0]$  a vypočtěte  $P'(-1)$ .