

jméno a příjmení	login	cvičící Fuchs Fusek Hlavičková Hliněná Polický Tůma
------------------	-------	---

IMA1, 7. 6. 2024

T	1	2	3	4	5	6	7	Σ
---	---	---	---	---	---	---	---	----------

Zkouška se skládá ze dvou částí, testu za **10 bodů** a písemky za **70 bodů**.

Z testu musíte získat aspoň 7 bodů, v opačném případě písemka nebude hodnocena a celá zkouška bude hodnocena 0 body.

Pokud v písemce budou příklady 5 a 6 hodnoceny 0 body, zbylé příklady nebudou hodnoceny a celá zkouška bude hodnocena 0 body.

Povolená pomůcka je jeden list papíru formátu A6 popsaný jakkoli a čímkoli kromě řešených příkladů (tento list neodevzdávejte). Jiné pomůcky (např. kalkulačky, telefony, hodinky) nejsou povoleny.

TEST

Každá otázka je za 2 body. Odpovědi napište na tento list do vymezeného prostoru pod otázkou.

1. Na vhodném protipříkladu ukažte, že následující tvrzení není pravdivé, a napište jeho negaci:

Jestliže funkce $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ není prostá, potom $\forall x \in \mathbb{R}: f(x) = f(-x)$.

Odpověď:

2. Nakreslete graf funkce $f(x) = \ln|x - 1|$.

Odpověď:

3. Určete definiční obor funkce $f(x) = \frac{1}{\ln(x + 5)}$.

Odpověď:

4. Zderivujte funkci $f(x) = \sqrt[5]{5 - x^3}$.

Odpověď:

5. Vypočtěte integrál $\int \frac{1}{\sqrt{5x}} dx$.

Odpověď:

PÍSEMKKA

Každý příklad je za 10 bodů. Písemku vypracujte na vlastní papíry. U každého příkladu přehledně napište postup řešení a jasně označte výsledek.

1. Funkce f je dána předpisem $f(x) = 1 - \sqrt{2 - x}$.

- a) Určete definiční obor a obor hodnot funkce f .
- b) Určete funkční předpis, definiční obor a obor hodnot inverzní funkce $f^{-1}(x)$.
- c) Nakreslete grafy funkcí $f(x)$ a $f^{-1}(x)$.

2. Nakreslete graf funkce f , která splňuje následující podmínky. Do obrázku nakreslete i asymptoty a tečny nebo polotečny v bodech, kde je zadána derivace.

Funkce f je spojitá zprava na $\mathbb{R}$,

$$f(-1) = 0, f(0) = 1, f(1) = 2, f(2) = 0, \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \infty, \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty,$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + \frac{x}{2}) = 0, \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1,$$

$$f'_+(-1) = \infty, f'(0) = 0, f'_-(1) = \infty, f'_+(1) = -2, f'_+(2) = \infty,$$

$$f''(x) > 0 \text{ pro } x \in (-\infty, -1) \cup (0, 1), f''(x) < 0 \text{ pro } x \in (-1, 0) \cup (1, 2) \cup (2, \infty).$$

3. Najděte lokální extrémů funkce $f(x) = (x + 2)^2 e^{-2x}$.

4. Najděte předpis kvadratické funkce $f(x) = ax^2 + bx + c$, pro kterou platí $f(0) = 2$, $f'(1) = -1$, $f'(3) = 1$.
Graf nalezené funkce nakreslete včetně tečen v bodech, kde je zadána derivace.

5. Vypočtěte integrál $\int \frac{(x-1)^2}{\sqrt{5x}} dx$.

6. Určete reálné číslo $a > 1$ tak, aby pro funkci $f(x) = \begin{cases} 1, & x \in \langle 0, a \rangle, \\ \frac{1}{x^2}, & x \in (a, \infty) \end{cases}$ platilo $\int_0^\infty f(x) dx = 3$.

7. Odhadněte hodnotu integrálu $\int_{-1}^3 \frac{x-3}{x^4+4} dx$ složenou Simpsonovou metodou rozdělením intervalu na 4 dílky délky 1.