

1. písemka ISM 2019/20

Řešení zadání D

1) a) Určete pravdivostní hodnotu výroku $(2 < 3) \wedge (2 \neq 2) \Rightarrow (3 \cdot 4 = 15)$

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & & \wedge & & 0 & & \\ & & 0 & & \Rightarrow & & 0 \end{array} \quad \underline{\underline{1}}$$

b) Utvořte negaci výroku $(1 + 2 = 3) \Rightarrow (1 > 2 \wedge 3 \leq 4)$

$$(1 + 2 = 3) \wedge (1 \leq 2 \vee 3 > 4)$$

2) Řešte (v exponenciálním tvaru) rovnici $z^2 = 2 + 2\sqrt{3}j$ a výsledky vyjádřete v algebraickém tvaru.

Nalezená řešení (spolu se z^2) znázorněte v rovině komplexních čísel.

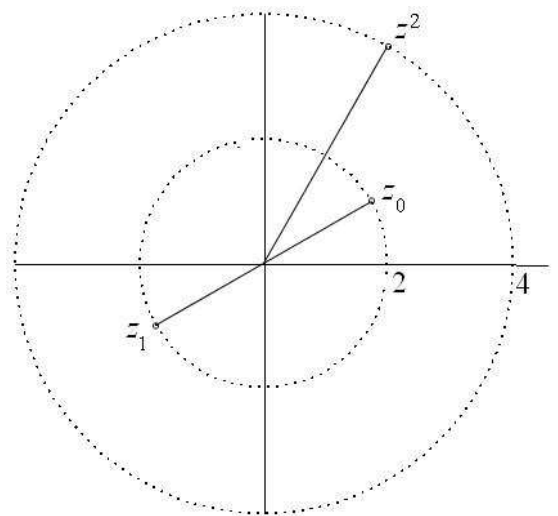
$$z^2 = 2 + 2\sqrt{3}j \quad |z^2| = \sqrt{4 + 12} = 4 \quad z^2 = 4 \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}j \right) =$$

$$= |1. \text{kvadrant}| = 4 \left(\cos \frac{\pi}{3} + j \sin \frac{\pi}{3} \right) = 4e^{\frac{\pi}{3}j}$$

$$z = 2e^{\left(\frac{\pi}{3} + 2k\pi\right)j \cdot \frac{1}{2}} = 2e^{\left(\frac{\pi}{6} + k\pi\right)j} \quad k = 0, 1$$

$$z_0 = 2e^{\frac{\pi}{6}j} = 2 \left(\cos \frac{\pi}{6} + j \sin \frac{\pi}{6} \right) = \underline{\underline{\sqrt{3} + j}}$$

$$z_1 = 2e^{\frac{5\pi}{6}j} = 2 \left(\cos \frac{5\pi}{6} + j \sin \frac{5\pi}{6} \right) = \underline{\underline{-\sqrt{3} - j}}$$



3) Řešte nerovnici $\frac{x^3 - 2x^2 - 13x - 10}{x^3 - 5x^2 + 7x - 3} \geq 0$. Čitatele i jmenovatele rozložte na kořenové činitele pomocí Hornerova schématu.

$$\frac{x^3 - 2x^2 - 13x - 10}{x^3 - 5x^2 + 7x - 3} = \frac{P(x)}{Q(x)}$$

Čítatel:

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -2 & -13 & -10 \\ -1 & 1 & -3 & -10 & 0 \\ -2 & 1 & -5 & 0 & \end{array}$$

možné kořeny $\pm 1, \pm 2, \pm 5$

$$P(x) = (x+1)(x^2 - 3x - 10)$$

$$\underline{\underline{P(x) = (x+1)(x+2)(x-5)}}$$

Jmenovatel:

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -5 & 7 & -3 \\ 1 & 1 & -4 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & -3 & 0 & \end{array}$$

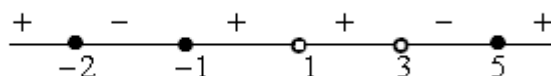
možné kořeny $\pm 1, \pm 3$

$$Q(x) = (x-1)(x^2 - 4x + 3)$$

$$\underline{\underline{Q(x) = (x-1)^2(x-3)}}$$

$$\frac{(x+1)(x+2)(x-5)}{(x-1)^2(x-3)} \geq 0$$

znaménko



$$\underline{\underline{\text{Řešení: } x \in (-\infty, -2) \cup (-1, 1) \cup (1, 3) \cup (5, \infty)}}$$

1. písemka ISM 2019/20

Řešení zadání D

2) Najděte definiční obor funkce $f(x) = \ln\left(\left|\frac{x-3}{2} - 1\right| - 1\right)$.

$$\left|\frac{x-3}{2} - 1\right| - 1 > 0 \Leftrightarrow \left|\frac{x-5}{2}\right| > 1 \Leftrightarrow |x-5| > 2 \Leftrightarrow (x-5 < -2) \vee (2 < x-5) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x < 3 \vee x > 7$$

$$\underline{\underline{\mathcal{D}_f = (-\infty, 3) \cup (7, \infty)}}$$