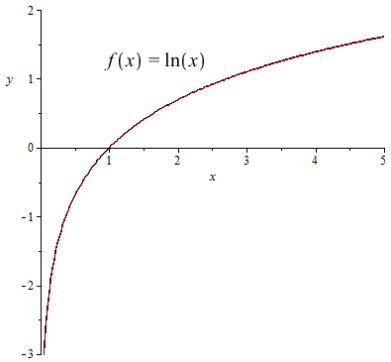
2. písemka ISM 2019/20

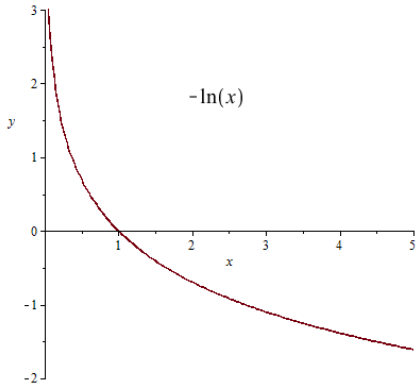
Řešení zadání A

1) Zjistěte, pro která x platí $\log_2(3x-2)<3$.

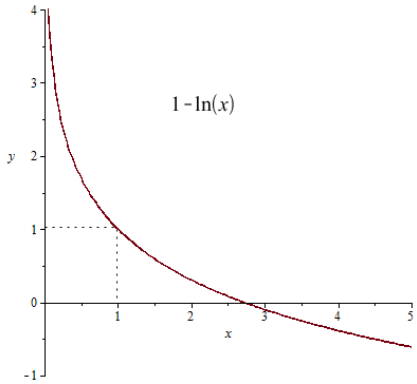
$\log_2(3x-2)<3 \Leftrightarrow 3x-2<2^3 \wedge 3x-2>0 \Leftrightarrow 0<3x-2<8 \Leftrightarrow 2<3x<10 \Leftrightarrow \frac{2}{3}<x<\frac{10}{3}$ $\quad x\in\left(\frac{2}{3},\frac{10}{3}\right)$

2) $f(x)=\ln x,\ g(x)=\left|1-\ln|x|\right|$. Pomocí grafu funkce $y=f(x)$ sestrojte graf funkce $y=g(x)$ a slovně popište, jakými transformacemi původního grafu výsledný graf vznikne.

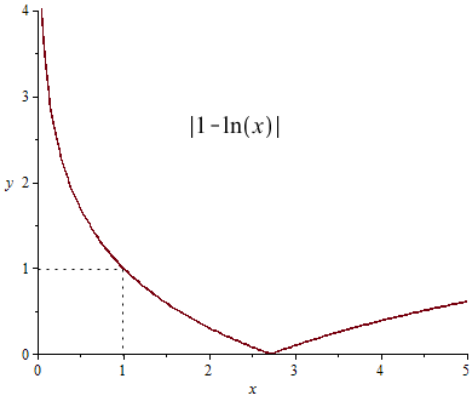




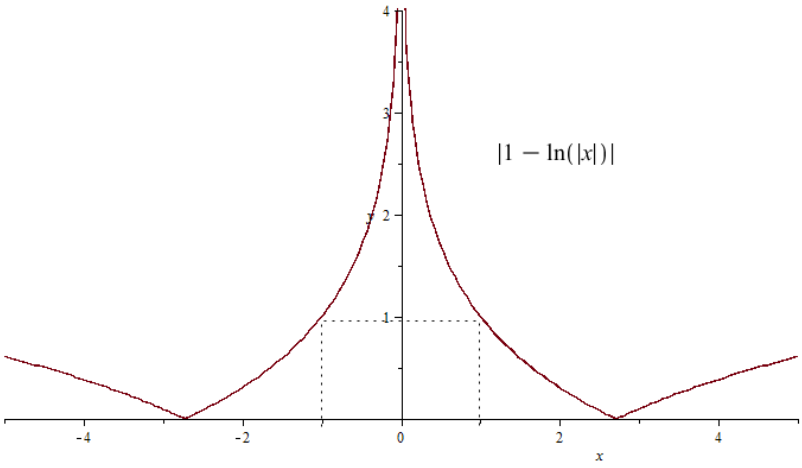
překlopení podle osy x



posunutí o 1 nahoru

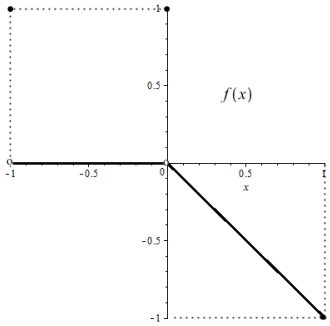


překlopení ze záporných hodnot



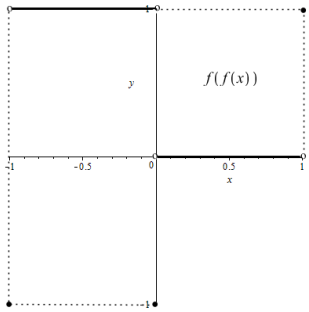
symetrie podle osy y

3) $f(x)=\begin{cases} 1 & x\in\{-1,0\} \\ 0 & x\in(-1,0) \\ -x & x\in\langle 0,1\rangle \end{cases}$.



Nakreslete graf funkce f a graf složené funkce $f\circ f$.

$(f\circ f)(x)=(f(f(x))$



$f(f(-1))=f(f(0))=f(1)=-1, \quad f(f(1))=f(-1)=1$

$x\in(-1,0):\ f(f(x))=f(0)=1$

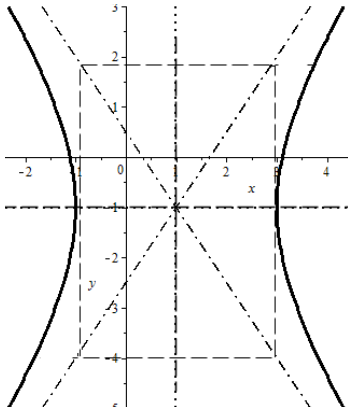
$x\in(0,1):\quad f(f(x))=f\big|_{(-1,0)}(-x)=0$

4) Určete druh kuželosečky $9x^2-4y^2-18x-8y-31=0$.
Jestliže se jedná o parabolu, najděte její osu a vrchol, je-li to elipsa, najděte její střed a poloosy, v případě hyperboly najděte její střed, poloosy a asymptoty. Kuželosečku nakreslete.

$9x^2-4y^2-18x-8y-31=0$ hyperbola

$9(x^2-2x)-4(y^2+2y)-31=0$ střed $[1,-1]$

$9(x-1)^2-9-4(y+1)^2+4-31=0$ poloosy $a=2$ *re*

$9(x-1)^2-4(y+1)^2=36$ $b=3$ *im*

$\frac{(x-1)^2}{4}-\frac{(y+1)^2}{9}=1$ asymptoty $y+1=\pm\frac{3}{2}(x-1)$