

Jméno a příjmení:

ID.č.

9.5.2016

Výsledek každého příkladu napište do volného místa pod zadáním. Každý příklad je hodnocen 10 body.

1. Řešte diferenciální rovnici: $y' + \frac{2xy}{x^2 + 3} = \frac{\sin x}{x^2 + 3}$.

Výsledek: $y = \frac{C - \cos x}{x^2 + 1}$

2. Vypočtěte $\int_{\Gamma} \frac{z-2}{e^z} dz$, kde Γ je křivka parametricky zadaná:

$\Gamma(t) = t \cos(\pi t) + j \sin(\pi t)$, kde $t \in [0, 1]$.

Výsledek: $[e^{-z}(1-z)]_0^{-1} = 2e - 1$

3. Vypočtěte $\int_{\Gamma} \frac{(z^3 - 1)dz}{z^3 - 4z^2 + 3z}$, kde Γ je kladně orientovaná kružnice $|z| = 4$.

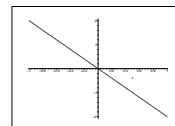
Výsledek:

$$2\pi j \left(\operatorname{rez}_{z=0} \frac{z^3 - 1}{z^3 - 4z^2 + 3z} + \operatorname{rez}_{z=1} \frac{z^3 - 1}{z^3 - 4z^2 + 3z} + \operatorname{rez}_{z=3} \frac{z^3 - 1}{z^3 - 4z^2 + 3z} = 2\pi j \right) =$$

$$2\pi j \left(\frac{-1}{3} + 0 + \frac{13}{3} \right) = 8\pi j$$

4. Napište Fourierův rozvoj vzhledem k trigonometrickému systému perio-

dickému funkce $f(x) = -2x$ definované na $\langle -1, 1 \rangle$



Výsledek: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4(-1)^n}{\pi n} \sin(n\pi x)$

5. Nalezněte pomocí Laplaceovy řešení rovnice

$$y'(t) + y(t) - 2 \int_0^t y(s) ds = t^2 - t + 1 \quad \text{kde } y(0) = 1.$$

Výsledek: $Y(p) = \frac{p^2 - p + 1}{p^2(p-1)} \quad y = e^t - t$

6. Pomocí Z transformace nalezněte řešení diferenční rovnice určené počátečními podmínkami

$$y_{n+2} - 4y_{n+1} + 4y_n = 2^{n+3} \quad \text{kde } y_0 = 0, y_1 = 2.$$

výsledek: $y_n = n^2 2^n$

7. Student uspěje u zkoušky s pravděpodobností $3/4$. Určete pravděpodobnost, že u zkoušky uspěje více než 230 studentů ze 300 zúčastněných.

Výsledek:

$$\begin{aligned} P(X \geq 230) &= 1 - P(X \leq 230) = 1 - \Phi\left(\frac{230 - 300 \cdot 3/4}{\sqrt{300 \cdot 1/4 \cdot 3/4}}\right) = \\ &= 1 - \Phi(2/3) \doteq 0.25 \end{aligned}$$

Jméno a příjmení:

ID.č.

16.5.2014

Výsledek každého příkladu napište do volného místa pod zadáním. Každý příklad je hodnocen 10 body.

1. Řešte diferenciální rovnici: $y' + \frac{2xy}{x^2 + 1} = \frac{\cos x}{x^2 + 1}.$

Výsledek: $y = \frac{C + \sin x}{x^2 + 1}$

2. Vypočtěte $\int_{\Gamma} \frac{z}{e^z} dz$, kde Γ je křivka parametricky zadaná $z(t) = e^{it}$, kde $t \in [0, \pi]$.

Výsledek: $[-e^{-z}(z+1)]_1^{-1} = 2e^{-1}$

3. Vypočtěte $\int_{\Gamma} \frac{(z^2 + 1)dz}{z(z^2 - 9)}$, kde Γ je kladně orientovaná kružnice $|z - 3| = 4$.

Výsledek: $2\pi j \left(\operatorname{rez}_{z=0} \frac{z^2 + 1}{z(z^2 - 9)} + \operatorname{rez}_{z=3} \frac{z^2 + 1}{z(z^2 - 9)} \right) = 2\pi j \left(\frac{-1}{9} + \frac{5}{9} \right) = \frac{8}{9}\pi j$

4. Napište Fourierův rozvoj vzhledem k trigonometrickému systému funkce

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -2 < x < 0; \\ 2, & 0 < x < 2. \end{cases}$$

Výsledek: $1 - \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n - 1}{n} \sin\left(\frac{n\pi}{2}x\right) = 1 + \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2k-1} \sin\left(\frac{(2k-1)\pi}{2}x\right)$

5. Nalezněte pomocí Laplaceovy řešení rovnice

$$y''(t) + 4y'(t) + 4y(t) = -8\sin(2t) \quad \text{kde } y(0) = 1, y'(0) = 0.$$

Výsledek: $y = \cos 2t$

6. Pomocí Z transformace nalezněte řešení diferenční rovnice určené počátečními podmínkami

$$y_{n+2} - 2y_{n+1} - 2y_n = 3^n \quad \text{kde } y_0 = 1, y_1 = 3.$$

výsledek: $y_n = 3^n$

7. Student uspěje u zkoušky s pravděpodobností $2/3$. Určete pravděpodobnost, že u zkoušky uspěje alespoň 125 studentů ze 200 zúčastněných.

Výsledek: $P(X \geq 125) = 1 - P(X \leq 125) = 1 - \Phi\left(\frac{125 - 200 \cdot 2/3}{\sqrt{200 \cdot 1/3 \cdot 2/3}}\right) = \Phi(5/4) \doteq 0.885$

Jméno a příjmení:

ID.č.

7.5.2011

Výsledek každého příkladu napište do volného místa pod zadáním. Každý příklad je hodnocen 10 body.

1. Napište rovnici tečné roviny v bodě $A = [1, -1, 1]$ k ploše zadané implicitně rovnicí

$$\cos(y + xz) = x + y + z.$$

Výsledek: $x - y + z = 1$

2. Řešte diferenciální rovnici: $y' - \operatorname{tg} x y = \frac{1}{\cos x}$.

Výsledek: $y = \frac{C+x}{\cos(x)}$

3. Vypočtete $\int_{\Gamma} z \sin z dz$, kde Γ je křivka parametricky zadaná $z(t) = te^{-jt}$, kde $t \in [0, \pi]$.

Výsledek: $[\sin z - z \cos z]_0^{-\pi} = -\pi$

4. Vypočtete $\int_{\Gamma} \frac{z^2 - 1}{z(z^2 - 4)} dz$, kde Γ je kladně orientovaná kružnice $|z - 2| = 3$.

Výsledek: $2\pi j \left(\operatorname{rez}_{z=0} \frac{z^2 - 1}{z(z^2 - 4)} + \operatorname{rez}_{z=2} \frac{z^2 - 1}{z(z^2 - 4)} \right) = 2\pi j \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{8} \right) = \frac{5}{4}\pi j$

5. Určete singulární body funkce $f(z) = \frac{e^z}{z^3 - z^2}$ a rezidua v nich.

Výsledek: $\operatorname{rez}_{z=0} \frac{e^z}{z^3 - z^2} = -2$ $\operatorname{rez}_{z=1} \frac{e^z}{z^3 - z^2} = e$

6. Nalezněte pomocí Laplaceovy transformace řešení rovnice

$$y''(t) + 2y'(t) - 3y(t) = 4e^t \quad \text{kde } y(0) = 0, y'(0) = 1.$$

Výsledek: $y = te^t$

7. Pomocí Z transformace nalezněte řešení diferenční rovnice určené počátečními podmínkami

$$y_{n+2} - 3y_{n+1} + y_n = -2^{n+1} \quad \text{kde } y_0 = 2, y_1 = 4.$$

Výsledek: $y_n = 2^n$

Jméno a příjmení:

ID.č.

28.5.2010

Výsledek každého příkladu napište do volného místa pod zadáním. Každý příklad je hodnocen 10 body.

1. Nalezněte rovnici tečné roviny grafu funkce $z(x, y) = x^2y^3 + 4xy^2 - 4x$ v bodě $T = [1, -1, ?]$.

2. Řešte diferenciální rovnici: $y' - y - x^2 = 0$.

3. Najděte obecné řešení rovnice $y'' + y' - 2y = 2 \cos x - 6 \sin x$

4. Vypočtete $\int_{\Gamma} \frac{e^z + 1}{z^2} dz$, kde Γ je křivka parametricky zadaná $z(t) = e^{jt}$, kde $t \in [0, 2\pi]$.

5. Vypočtete $\int_{\Gamma} (\sin z + z \cos z) dz$, kde Γ je křivka zadaná $z(t) = \frac{t}{2} e^{jt}$, kde $t \in [0, \pi]$.

6. Nalezněte pomocí Laplaceovy transformace řešení diferenciální rovnice určené počátečními podmínkami

$$y''(t) + y(t) = t^2 \quad \text{kde } y(0) = -2, y'(0) = 0.$$

7. Nalezněte funkci komplexní proměnné, která je v Z transformac obrazem posloupnosti

$$\{f_n\}_{n=0}^{\infty} = \{2(1 - (-1)^{n+1})\}$$

Jméno a příjmení:

ID.č.

5.6.2012

Výsledek každého příkladu napište do volného místa pod zadáním. Každý příklad je hodnocen 10 body.

1. Napište rovnici tečné roviny v bodě $A = [1, 1, ?]$ k ploše zadané funkcí

$$z(x, y) = 2x^2ye^{x-y} + y - x.$$

2. Řešte lineární diferenciální rovnici: $y' = 4x + y - 5$.

3. Řešte lineární diferenciální rovnici druhého řádu

$$y'' - 2y' + y = 4e^x.$$

4. Vypočtěte $\int_{\Gamma} \frac{z}{e^z} dz$, kde Γ je křivka parametricky zadaná $z(t) = \pi e^{jt}$, kde $t \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

5. Vypočtěte $\int_{\Gamma} \frac{ze^z dz}{(z-1)^2}$, je křivka parametricky zadaná $z(t) = 1 + e^{jt}$, kde $t \in [0, 2\pi]$.

6. Nalezněte pomocí Laplaceovy řešení rovnice

$$y''(t) + 2y'(t) + y(t) = 2t + 4 \quad \text{kde } y(0) = 0, y'(0) = 2.$$

7. Nalezněte funkci komplexní proměnné $F(z)$, která je obrazem $\mathcal{Z}$ posloupnosti

$$\{f_n\}_{n=0}^{\infty} = \{\pi(1 - (-1))^{n+1}\}_{n=0}^{\infty} = \{2\pi, 0, 2\pi, 0, 2\pi, \dots\}$$

Jméno a příjmení:

ID.č.

Výsledek každého příkladu napište do volného místa pod zadáním. Každý příklad je hodnocen 10 body.

1. Napište rovnici tečné roviny v bodě $A = [2, -1, -2]$ k ploše zadané implicitně rovnicí

$$\ln(y - z) = (x + y)(x + z).$$

Výsledek:

2. Řešte diferenciální rovnici: $y' - 2\frac{y}{x} = x^2$.

Výsledek:

3. Vypočtěte $\int_{\Gamma} z \sin z dz$, kde Γ je křivka parametricky zadaná $z(t) = je^{jt}$, kde $t \in [0, \pi]$.

Výsledek:

4. Nalezněte pomocí Laplaceovy transformace řešení diferenciální rovnice určené počátečními podmínkami

$$y''(t) + 2y'(t) - 8y(t) = 7e^{3t} \quad \text{kde } y(0) = 1, y'(0) = 3.$$

Výsledek:

5. Pomocí Z transformace nalezněte řešení diferenční rovnice určené počátečními podmínkami

$$y_{n+2} - y_{n+1} - 2y_n = -2 \quad \text{kde } y_0 = y_1 = 1.$$

Výsledek:

6. Nalezněte Fourierův rozvoj funkce $f(x) = 1 - |x - 1|$ v intervalu $[0, 2]$.

Výsledek:

7. Určete singulární body funkce $f(z) = \frac{\cos z}{z^2}$ a vypočtěte rezidua v těchto bodech.

Výsledek:

Jméno a příjmení:

ID.č.

Výsledek každého příkladu napište do volného místa pod zadáním. Každý příklad je hodnocen 10 body.

1. Napište rovnici tečné roviny v bodě $A = [2, 2, 2]$ k ploše zadané implicitně rovnicí $z + y = (x + z)e^{x-y}$.

2. Řešte diferenciální rovnici: $y' - \frac{2y}{x} = x^2$.

3. Vypočtete $\int_{\Gamma} \frac{\sin z}{4z^2 - \pi^2} dz$, kde Γ je kladně orientovaná kružnice se středem v bodě $1 + j$ o poloměru 2 tj. $|z - 1 - j| = 2$.

4. Nalezněte pomocí Laplaceovy transformace řešení diferenciální rovnice určené počátečními podmínkami

$$y''(t) + 3y'(t) - 4y(t) = 4t + 2 \quad \text{kde } y(0) = 1, y'(0) = 0.$$

5. Pomocí $\mathcal{Z}$ transformace nalezněte řešení diferenční rovnice určené počátečními podmínkami

$$y_{n+1} - 2y_n = 2^n \quad \text{kde } y_0 = 2, y_1 = 1.$$

6. Nalezněte Fourierův rozvoj funkce $f(x) = 3 - x$ v intervalu $[-4, 4]$.

7. Určete singulární body funkce $f(z) = \frac{\sin z}{z^2 - 1}$ a vypočtete rezidua v těchto bodech.

Jméno a příjmení:

ID.č.

Výsledek každého příkladu napište do volného místa pod zadáním. Každý příklad je hodnocen 10 body.

1. Napište rovnici tečné roviny v bodě $A = [2, -1]$ k funkci $z = \frac{x^2 - y^2}{x + y}$.

2. Řešte diferenciální rovnici: $y' - y \operatorname{tg} x = -2 \sin x$.

3. Vypočtěte $\int_{\Gamma} z e^z dz$, kde Γ je křivka parametricky zadaná $z(t) = j e^{jt}$, kde $t \in [0, \pi]$.

4. Nalezněte pomocí Laplaceovy transformace řešení diferenciální rovnice určené počátečními podmínkami

$$y''(t) + 2y'(t) - 8y(t) = 8t + 2 \quad \text{kde } y(0) = 1, y'(0) = 0.$$

5. Pomocí Z transformace nalezněte řešení diferenční rovnice určené počátečními podmínkami

$$y_{n+2} - y_{n+1} - 2y_n = 0 \quad \text{kde } y_0 = 2, y_1 = 1.$$

6. Nalezněte Fourierův rozvoj funkce $f(x) = x - 1$ v intervalu $[-3, 3]$.

7. Určete singulární body funkce $f(z) = \frac{\cos z}{z^2}$ a vypočtěte rezidua v těchto bodech.

Jméno a příjmení:

ID.č.

Výsledek každého příkladu napište do volného místa pod zadáním. Každý příklad je hodnocen 10 body.

1. Napište rovnici tečné roviny v bodě $A = [2, -1]$ k funkci $z = \frac{x^2 - y^2}{x + y}$.
2. Řešte diferenciální rovnici: $y' - y \operatorname{tg} x = -2 \sin x$.
3. Vypočtěte $\int_{\Gamma} z e^z dz$, kde Γ je křivka parametricky zadaná $z(t) = j e^{jt}$, kde $t \in [0, \pi]$.
4. Nalezněte pomocí Laplaceovy transformace řešení diferenciální rovnice určené počátečními podmínkami
$$y''(t) + 2y'(t) - 8y(t) = 8t + 2 \quad \text{kde } y(0) = 1, y'(0) = 0.$$
5. Pomocí $\mathcal{Z}$ transformace nalezněte řešení diferenční rovnice určené počátečními podmínkami
$$y_{n+2} - y_{n+1} - 2y_n = 0 \quad \text{kde } y_0 = 2, y_1 = 1.$$
6. Nalezněte Fourierův rozvoj funkce $f(x) = x - 1$ v intervalu $[-3, 3]$.
7. Určete singulární body funkce $f(z) = \frac{\cos z}{z^2}$ a vypočtěte rezidua v těchto bodech.