

## Zkouška LDRE 1. termín 8.1.2015

Jméno a Příjmení:

login:

1. Nalezněte obecné řešení Bernoulliho diferenciální rovnice 10bodů

$$(x^2 + 4)^2 y' = 2x(x^2 + 4)y + 2xy^2$$

$$\text{řeš. } y = \frac{x^2 + 4}{C - \ln(x^2 + 4)}$$

2. Vysvětlete postup řešení exaktní diferenciální rovnice 1. řádu. 5bodů

3. Řešte Clairotovu diferenciální rovnici: 10bodů

$$y = xy' - \frac{(y')^4}{4}.$$

$$y = cx + \frac{c^4}{4}, \quad y = \frac{4}{3} \sqrt[3]{x^4}$$

4. Popište strukturu řešení homogenního systému lineárních diferenciálních rovnic prvního řádu s konstantními koeficienty. 5bodů

5. Nalezněte exponenciálu matice 10bodů

$$B = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 12 & 9 \end{bmatrix}$$

$$e^{Bt} = \begin{bmatrix} 3e^{3t} - 2e^{5t} & -e^{5t} + e^{3t} \\ 6e^{5t} - 6e^{3t} & -2e^{3t} + 3e^{5t} \end{bmatrix}$$

6. Pomocí Hurwitzova kritéria rozhodněte o stabilitě řešení diferenciální rovnice 10bodů

$$x^{(4)}(t) + 8x^{(3)}(t) + 26x''(t) + 40x'(t) + 16x(t) = 0.$$

$$\Delta_1 = 40, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 40 & 16 \\ 8 & 26 \end{vmatrix} = 912, \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} 40 & 16 & 0 \\ 8 & 26 & 40 \\ 0 & 1 & 8 \end{vmatrix} = 5692 = \Delta_4$$

stabilní

7. Popište metodu charakteristik a klasifikaci pro lineární parciální diferenciální rovnice druhého řádu. 5bodů

8. Najděte řešení rovnice: 10bodů

$$3z'_x - 2z'_y = 0$$

určené počáteční podmínkou  $x = t, y = t, z = 25t^2$ .

$$z = f(2x + 3y), \quad z = (2x + 3y)^2$$

## Zkouška LDRE 2. termín 15.1.2013

1. Nalezněte obecné řešení exaktní diferenciální rovnice 10bodů

$$(\ln(x+y) + 3x^2y + 2x + 1)dx + (\ln(x+y) + x^3)dy = 0$$

$$(x+y)\ln(x+y) + x^3y + x^2 - y + 3 = 0$$

2. Vysvětlete postup řešení diferenciální rovnice 1. řádu s integračním faktorem. 5bodů

3. Rozhodněte o stabilitě řešení diferenciální rovnice 10bodů

$$x^{(4)}(t) + 8x^{(3)}(t) + 26x''(t) + 40x'(t) + 16x(t) = 0.$$

$$[-2 + \sqrt{2}, -2 - \sqrt{2}, -2 + 2i, -2 - 2i]$$

4. Nalezněte obecné řešení systému lineárních rovnic: 10bodů

$$\dot{x} = 2x + y - 3$$

$$\dot{y} = x + 2y - 3$$

5. Popište strukturu řešení lineární diferenciální rovnice  $n$  řádu. 5bodů

6. Nalezněte exponenciálu matice 10bodů

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{bmatrix} -e^t + 2e^{2t} & -2e^{2t} + 2e^t \\ e^{2t} - e^t & 2e^t - e^{2t} \end{bmatrix}$$

7. Popište metodu charakteristik pro lineární parciálně diferenciální rovnice druhého řádu. 5bodů

8. Najděte řešení rovnice: 10bodů

$$2z'_x - z'_y = 0,$$

které vyhovuje počáteční podmínce  $z(t, t) = t^2$ .

$$z = (x + 2y)^2$$

### Zkouška LDRE 3. termín 21.1.2012

1. Nalezněte obecné řešení exaktní diferenciální rovnice 10bodů

$$\begin{aligned} & ((x + y + 1)e^{x+y} + \cos x)dx + ((x + y + 1)e^{x+y} + 2y)dy = 0 \\ & (x + y)e^{(x+y)} + \sin x + y^2 = c \end{aligned}$$

2. Vysvětlete postup řešení Bernoulliho diferenciální rovnice. 5bodů

3. Rozhodněte o stabilitě řešení lineární diferenciální rovnice

$$x^{(4)} + 8x^{(3)} + 21x'' + 26x' + 14x = 0$$

4. Nalezněte obecné řešení systému lineárních rovnic: 10bodů

$$\dot{x} = 4x + y - 5$$

$$\dot{y} = x + 4y - 5$$

$$x = C_1 e^{5t} + C_2 e^{3t} + 1 \quad y = C_1 e^{5t} - C_2 e^{3t} + 1$$

5. Popište postup řešení lineární diferenciální rovnice  $n$  řádu s konstantními koeficienty. 5bodů

6. Nalezněte exponenciálu matice 10bodů

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} -e^{-t} + 2e^t & -2e^t + 2e^{-t} \\ e^t - e^{-t} & 2e^{-t} - e^t \end{pmatrix}$$

7. Definujte kvazilineární parciální diferenciální rovnici a popište metodu řešení. 5bodů

8. Najděte řešení rovnice: 10bodů

$$2z'_x + 3z'_y = 0,$$

které vyhovuje počáteční podmínce  $u(x, x) = x^2$ .

$$z = (3x - 2y)^2$$