Zkouška LDRE 1. termín 13.1.2016

Jméno a Příjmení: login:

1. Nalezněte obecné řešení Bernoulliho diferenciální rovnice 10bodů

$$xy'(x) = 2y(x) + (y(x))^2$$

řeš. $y\,(x) = 2\,\dfrac{x^2}{-x^2 + 2\,C}$

2. Vysvětlete postup řešení Clairotovy diferenciální rovnice 1. řádu. 5bodů

3. Řešte exaktní diferenciální rovnici: 10bodů

$$y'(x) = -\frac{2\,x + 2\,y\,(x) + \ln\,(x) + 1}{2\,x + 2\,y\,(x)}.$$

$F(x, y) = (x + y)^2 + x\ln(x) = C \;\;\Rightarrow\;\; y\,(x) = -x \pm \sqrt{C - x\ln\,(x)}$

4. Popište strukturu řešení homogenního systému systému lineárních diferenciálních rovnic prvního řádu s konstantnímy koeficienty. 5bodů

5. Nalezněte exponenciálu matice 10bodů

$$B = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$e^{Bt} = \begin{bmatrix} 3\,\mathrm{e}^{2\,t} - 2\,\mathrm{e}^{t} & -3\,\mathrm{e}^{2\,t} + 3\,\mathrm{e}^{t} \\ 2\,\mathrm{e}^{2\,t} - 2\,\mathrm{e}^{t} & -2\,\mathrm{e}^{2\,t} + 3\,\mathrm{e}^{t} \end{bmatrix}$

6. Pomocí Hurwitzova kritéria rozhodněte o stabilitě řešení diferenciální rovnice 10bodů

$$x^{(4)}(t) + 9\,x^{(3)}(t) + 26\,x''(t) + 40\,x'(t) + 15x(t) = 0.$$

$\Delta_1 = 40,\ \Delta_2 = \begin{vmatrix} 40 & 15 \\ 9 & 26 \end{vmatrix} = 905,\ \Delta_3 = \begin{vmatrix} 40 & 15 & 0 \\ 9 & 26 & 40 \\ 0 & 1 & 9 \end{vmatrix} = 6545 = \Delta_4$

stabilní

7. Popište metodu charakteristik a klasifikaci pro lineární parciální diferenciální rovnice druhého řádu. 5bodů

8. Najděte řešení rovnice: 10bodů

$$xz'_x + yz'_y = 0$$

určené počáteční podmínkou $x = t^2, y = t, z = t^3$.

$z = f\left(\frac{x}{y}\right)$, $z = \left(\frac{x}{y}\right)^3$

Zkouška LDRE 2. termín 15.1.2013

1. Nalezněte obecné řešení exaktní diferenciální rovnice 10bodů

$$(\ln(x+y) + 3x^2y + 2x + 1)\mathrm{d}x + (\ln(x+y) + x^3)\mathrm{d}y = 0$$

   $(x+y)\ln(x+y) + x^3y + x^2 - y + 3 = 0$

2. Vysvětlete postup řešení diferenciální rovnice 1. řádu s integračním faktorem. 5bodů

3. Rozhodněte o stabilitě řešení diferenciální rovnice 10bodů

$$x^{(4)}(t) + 8\,x^{(3)}(t) + 26\,x''(t) + 40\,x'(t) + 16x(t) = 0.$$

   $[-2+\sqrt{2}, -2-\sqrt{2}, -2+2\,i, -2-2\,i]$

4. Nalezněte obecné řešení systému lineárních rovnic: 10bodů

$$\begin{aligned} \dot{x} &= 2x + y - 3 \\ \dot{y} &= x + 2y - 3 \end{aligned}$$

5. Popište strukturu řešení lineární diferenciální rovnice n řádu. 5bodů

6. Nalezněte exponenciálu matice 10bodů

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{bmatrix} -e^t + 2\,e^{2\,t} & -2\,e^{2\,t} + 2\,e^t \\ e^{2\,t} - e^t & 2\,e^t - e^{2\,t} \end{bmatrix}$$

7. Popište metodu charakteristik pro lineární parciálně diferenciální rovnice druhého řádu. 5bodů

8. Najděte řešení rovnice: 10bodů

$$2z'_x - z'_y = 0,$$

   které vyhovuje počáteční podmínce $z(t,t) = t^2$.
   $z = (x+2y)^2$

Zkouška LDRE 3. termín 21.1.2012

1. Nalezněte obecné řešení exaktní diferenciální rovnice 10bodů

$$((x+y+1)e^{x+y}+\cos x 2x)\mathrm{d}x+((x+y+1)e^{x+y}+2y)\mathrm{d}y=0$$

$(x+y)e^{(x+y)}+\sin x+y^2=c$

2. Vysvětlete postup řešení Bernoulliho diferenciální rovnice. 5bodů

3. Rozhodněte o stabilitě řešení lineární diferenciální rovnice

$$x^{(4)}+8\,x^{(3)}+21\,x''+26\,x'+14x=0$$

4. Nalezněte obecné řešení systému lineárních rovnic: 10bodů

$$\begin{aligned}\dot{x} &= 4x+y-5\\ \dot{y} &= x+4y-5\end{aligned}$$

$x=C_1e^{5t}+C_2e^{3t}+1 \quad y=C_1e^{5t}-C_2e^{3t}+1$

5. Popište postup řešení lineární diferenciální rovnice n řádu s konstantními koeficienty. 5bodů

6. Nalezněte exponenciálu matice 10bodů

$$A=\begin{pmatrix}3 & -4\\ 2 & -3\end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix}-e^{-t}+2\,e^{t} & -2\,e^{t}+2\,e^{-t}\\ e^{t}-e^{-t} & 2\,e^{-t}-e^{t}\end{pmatrix}$$

7. Definujte kvazilineární parciální diferenciální rovnici a popište metodu řešení. 5bodů

8. Najděte řešení rovnice: 10bodů

$$2z'_x+3z'_y=0,$$

které vyhovuje počáteční podmínce $u(x,x)=x^2$.
$z=(3x-2y)^2$