Zkouška LDRE 1. termín 12.1.2018

Jméno a Příjmení: login:

1. Nalezněte obecné řešení Bernoulliho diferenciální rovnice 10bodů

$$y'(x) + 2y(x) = y^2(x)e^x$$

řeš. $y(x) = \dfrac{1}{e^x + Ce^{2x}}$

2. Vysvětlete postup řešení diferenciální rovnice 1. řádu s integračním faktorem. 5bodů

3. Řešte exaktní diferenciální rovnici: 10bodů

$$y'(x) = \frac{4\,(x^2 - y(x))\,x + 1}{2\,x^2 - 2\,y(x)}.$$

$F(x,y) = (x+y)^2 + x\ln(x) = C \;\Rightarrow\; y(x) = -x \pm \sqrt{C - x\ln(x)}$

4. Popište strukturu řešení homogenního systému systému lineárních diferenciálních rovnic prvního řádu s konstantnímy koeficienty. 5bodů

5. Nalezněte exponenciálu matice 10bodů

$$B = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$e^{Bt} = \begin{bmatrix} \mathrm{e}^{3\,t} + 2\,t\mathrm{e}^{3\,t} & -t\mathrm{e}^{3\,t} \\ 4\,t\mathrm{e}^{3\,t} & \mathrm{e}^{3\,t} - 2\,t\mathrm{e}^{3\,t} \end{bmatrix}$$

6. Pomocí Hurwitzova kritéria rozhodněte o stabilitě řešení diferenciální rovnice 10bodů

$$x^{(4)}(t) + 9\,x^{(3)}(t) + 26\,x''(t) + 40\,x'(t) + 15x(t) = 0.$$

$$\Delta_1 = 40,\ \Delta_2 = \begin{vmatrix} 40 & 15 \\ 9 & 26 \end{vmatrix} = 905,\ \Delta_3 = \begin{vmatrix} 40 & 15 & 0 \\ 9 & 26 & 40 \\ 0 & 1 & 9 \end{vmatrix} = 6545 = \Delta_4$$

stabilní

7. Popište metodu charakteristik a klasifikaci pro lineární parciální diferenciální rovnice druhého řádu. 5bodů

8. Najděte řešení rovnice: 10bodů

$$(x^2 + 1)z'_x + xyz'_y = 0$$

určené počáteční podmínkou $x = 0, y = t, z = t^2$.

$z = f\left(\dfrac{y}{\sqrt{x^2+1}}\right),\ z = \dfrac{y^2}{x^2+1}$

Zkouška LDRE 2. termín 23.1.2017

1. Nalezněte obecné řešení exaktní diferenciální rovnice 10bodů

$$(1-x+y-2\ln(x+y))\mathrm{d}+(2-x+y+2y\ln(x+y))\mathrm{d}y=0$$

$(y^2-x^2)\ln(x+y)+x+2\,y=C$

2. Vysvětlete postup řešení diferenciální rovnice 1. řádu s integračním faktorem. 5bodů

3. Rozhodněte o stabilitě řešení diferenciální rovnice 10bodů

$$x^{(4)}(t)+8\,x^{(3)}(t)+26\,x''(t)+40\,x'(t)+16x(t)=0.$$

$[-2+\sqrt{2},-2-\sqrt{2},-2+2\,i,-2-2\,i]$

4. Nalezněte obecné řešení systému lineárních rovnic: 10bodů

$$\begin{aligned}\dot{x} &= 3x+y-4\\ \dot{y} &= x+3y-4\end{aligned}$$

$x=C_1e^{4t}+C_2e^{2t}+1 \quad y=C_1e^{4t}-C_2e^{2t}+1$

5. Popište strukturu řešení lineární diferenciální rovnice n řádu. 5bodů

6. Nalezněte exponenciálu matice 10bodů

$$A=\begin{pmatrix}-5 & 8\\ -6 & 9\end{pmatrix}.$$

$\begin{bmatrix}4e^t-3\,e^{3\,t} & 4\,e^{3\,t}+4\,e^t\\ 3\,e^t-3\,e^{3\,t} & 4\,e^{3\,t}-3\,e^t\end{bmatrix}$

7. Popište metodu charakteristik pro lineární parciálně diferenciální rovnice druhého řádu. 5bodů

8. Najděte řešení rovnice: 10bodů

$$xz'_x+2yz'_y=0,$$

která vyhovuje počáteční podmínce $z(t,t)=t$.
obecné řešení $z=f\left(\frac{x^2}{y}\right)$ konkrétně $z=\frac{x^2}{y}$

Zkouška LDRE 3. termín 21.1.2012

1. Nalezněte obecné řešení exaktní diferenciální rovnice 10bodů

$$((x+y+1)e^{x+y} + \cos x2x)\mathrm{d}x + ((x+y+1)e^{x+y} + 2y)\mathrm{d}y = 0$$

   $(x+y)e^{(x+y)} + \sin x + y^2 = c$

2. Vysvětlete postup řešení Bernoulliho diferenciální rovnice. 5bodů

3. Rozhodněte o stabilitě řešení lineární diferenciální rovnice

$$x^{(4)} + 8\,x^{(3)} + 21\,x'' + 26\,x' + 14x = 0$$

4. Nalezněte obecné řešení systému lineárních rovnic: 10bodů

$$\begin{aligned} \dot{x} &= 4x + y - 5 \\ \dot{y} &= x + 4y - 5 \end{aligned}$$

   $x = C_1e^{5t} + C_2e^{3t} + 1 \quad y = C_1e^{5t} - C_2e^{3t} + 1$

5. Popište postup řešení lineární diferenciální rovnice n řádu s konstantními koeficienty. 5bodů

6. Nalezněte exponenciálu matice 10bodů

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} -e^{-t} + 2\,e^{t} & -2\,e^{t} + 2\,e^{-t} \\ e^{t} - e^{-t} & 2\,e^{-t} - e^{t} \end{pmatrix}$$

7. Definujte kvazilineární parciální diferenciální rovnici a popište metodu řešení. 5bodů

8. Najděte řešení rovnice: 10bodů

$$2z'_x + 3z'_y = 0,$$

   které vyhovuje počáteční podmínce $u(x,x) = x^2$.
   $z = (3x - 2y)^2$